

$$x_0 = 0 \text{ و } f(x) = \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{x} \quad (1)$$

$$x_0 = \frac{\pi}{2} \text{ و } f(x) = \frac{x - \frac{\pi}{2}}{\sin(\cos x)} \quad (2)$$

تمرين رقم 5

$$(1) \text{ بين أن } 2 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) = \arctan\left(\frac{5}{12}\right)$$

$$(2) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } \arctan x + \arctan(x\sqrt{3}) = \frac{7\pi}{12}$$

$$(3) \text{ حل المعادلة: } \sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{3-x} = 2$$

تمرين رقم 6

لتكن  $f$  دالة متصلة على  $[0,1]$  بين أن:

$$(\exists c \in ]0,1[) / f(c) = \frac{1}{c} + \frac{1}{c-1}$$

تمرين رقم 7

لتكن  $f$  دالة متصلة من  $\mathbb{R}$  نحو المجال  $]-\infty,1]$  و  $g$  دالة متصلة من  $\mathbb{R}$  نحو المجال  $[1,+\infty[$  وبحيث:

$$(\exists (a,b) \in \mathbb{R}^2) : a < b \text{ و } f(a) = a \text{ و } g(b) = b$$

$$\text{بين أن } (\exists c \in [a,b]) / f(c)g(c) = c$$

تمرين رقم 8

بين أن المعادلة  $2 \arctan x = \frac{\sqrt{3}-x}{x+1}$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $]0, \sqrt{3}[$

تمرين رقم 9

لتكن  $f$  دالة معرفة بما يلي:  $f(x) = \left(1 - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} \text{ حد } D_f \text{ وأحسب}$$

أدرس رتبة الدالة  $f$

بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  وعرفها

$$\text{حل في } D_f \text{ المعادلة } f(x) = f^{-1}(x)$$

تمرين رقم 10

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$a \in \mathbb{R}^+ \text{ حيث } \begin{cases} f(x) = a - x - \sqrt{a^3 - x^3} & x \leq a \\ f(x) = 2 \arctan \frac{x-a}{x+a} & x > a \end{cases}$$

1- أدرس بعناية اتصال الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

2- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = a$

3- أدرس رتبة الدالة  $f$

تمرين رقم 1

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1} - 1}{\sqrt{x} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{2x+3} - \sqrt{2+x}}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+1} - \sqrt{x^2+1}, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - \sqrt[3]{x+4} - 6}{\sqrt{x}-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+2} + x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt[3]{3x+5} - 3}{\sqrt{x} - x}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} E\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x E\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x E(3x) + x - 1}{x^2 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sin x}{x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \arctan \frac{1}{\sqrt{2x-1}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[5]{x} \sqrt[15]{x^2}}{3\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\pi}{4} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan\left(\frac{x\sqrt{3}}{\sqrt[3]{1-x^3}}\right)$$

تمرين رقم 2

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x + b}{x^2 - 1} & x < 1 \\ f(1) = a \\ f(x) = \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1} & x > 1 \end{cases} \text{ نعتبر الدالة } f \text{ بحيث:}$$

حدد العددين  $a, b$  كي تكون  $f$  متصلة في  $x_0 = 1$

تمرين رقم 3

$$(1) \text{ أحسب النهايتين } \lim_{x \rightarrow -\infty} t E(t) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} t E(t)$$

$$(2) \text{ استنتج النهايتين } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E\left(\frac{1}{x}\right) + x}{E\left(\frac{1}{x}\right) - x} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E\left(\frac{1}{x}\right) + x}{E\left(\frac{1}{x}\right) - x}$$

تمرين رقم 3

ليكن  $n$  عدد من  $\mathbb{N}^* - \{1\}$

$$\text{أحسب } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{(2-x)^n - 1}$$

تمرين رقم 4

أدرس إذا كانت  $f$  تقبل تمديد بالاتصال في النقطة  $x_0$  في الحالات التالية: